



GDMZ



Universidad de Zaragoza

DECISIÓN MULTICRITERIO

JOSÉ MARÍA MORENO JIMÉNEZ

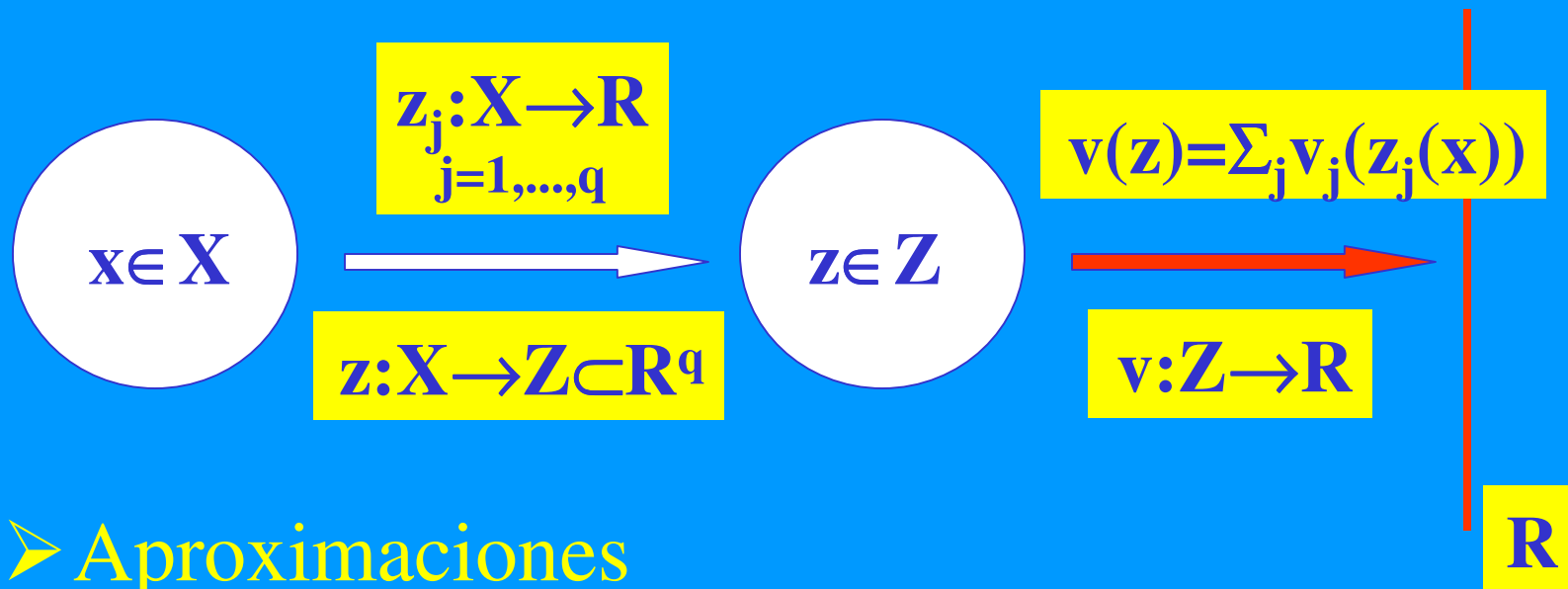
moreno@unizar.es

<<http://gdmz.unizar.es>>

**Facultad de Económicas
Universidad de Zaragoza**



TÉCNICAS MULTICRITERIO



➤ Aproximaciones

- Generar Soluciones Eficientes
- Búsqueda de Metas (Minimización Distancias)
- Utilización Funciones Valor/Utilidad



TÉCNICAS MULTICRITERIO

- Aproximaciones
 - Generar soluciones eficientes
 - Ponderaciones (algunos vértices de la frontera eficiente)
 - ε -restricciones (algunos puntos de la frontera eficiente)
 - Búsqueda de Metas (Minimización Distancias)
 - Programación por Compromiso ($p=1, 2, \infty$)
 - Programación por Metas
 - Utilización Funciones Valor
 - MAUT
 - AHP



GDMZ

S4. MULTICRITERIO DISCRETA. MAUT y AHP



Universidad de Zaragoza

- 4.1 Decisión Multiatributo (1h)
- 4.2 MAUT. Metodología y Soft (1h)
- 4.3 AHP. Metodología y Soft (1 h)
- 4.4 Prácticas (1 h)



INDICE

- Problemas Decisión Multiatributo
- Introducción a la Teoría de la Utilidad Multiatributo (MAUT)
- Metodología
 - Condiciones de independencia
 - Formas funcionales
 - Funciones de utilidad unidimensionales
 - Factores de escala o pesos
- Software y Aplicación



Problemas de Decisión Multiatributo

- Problemas de tipo social y económico
 - Selección de personal
 - Selección del mejor trazado para una carretera
 - Concesión/no concesión de proyectos
 - Seleccionar de proyectos sujetos a una limitación presupuestaria

Tipos de problemas
(Roy, 1985)

P.α.: problema de selección
P.β.: problema de clasificación
P.γ.: problema de ordenación
P.δ.: descripción



Problemas de Decisión Multiatributo

- Las alternativas suelen darse de forma explícita (matriz de pagos)

	z_1	z_2	\dots	z_p
x^1	z_1^1	z_2^1	\dots	z_p^1
x^2	z_1^2	z_2^2	\dots	z_p^2
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
x^m	z_1^m	z_2^m	\dots	z_p^m

$X = \{x^1, \dots, x^m\}$ alternativas

$Z = \{z_1, \dots, z_p\}$ criterios

$z_j^i = z_j(x^i)$ es el valor de la alternativa x^i en el criterio z_j

- Todas o casi todas las alternativas suelen ser eficientes



Técnicas de Decisión Multiatributo

- Es necesario incorporar la estructura de preferencias del decisor
- Se utilizan técnicas con información a priori o técnicas interactivas

Formas de expresar las preferencias del decisor

Pesos, ponderaciones

Funciones de utilidad

Umbrales veto, preferencia, indiferencia

Relaciones binarias de preferencia

Comparaciones pareadas



Clasificación de las TDMC Discretas

- **Métodos de Agregación:** se modelizan las preferencias a través de una función valor
 - **Directos:** Teoría de Utilidad Multiatributo (MAUT)
 - **Jerárquicos:** Proceso Analítico Jerárquico (AHP)
- **Métodos basados en relaciones de orden:** se modelizan las preferencias a través de un sistema de relaciones binarias
 - **Métodos de Superación:** ELECTRE, PROMETHEE



GDMZ

4.2 TEORÍA DE UTILIDAD MULTIATRIBUTO (MAUT)



Universidad de Zaragoza

Teoría de la Utilidad Multiatributo (MAUT)

- Origen: Teoría de la Utilidad de Von Neumann y Morgenstern (1944)
- Extensión a problemas multicriterio: Keeney y Raiffa (1976), Fishburn (1988)
- Idea: expresar las preferencias del decisor en términos de la utilidad que le reporta (principio de racionalidad)
- Conceptos utilizados
 - Utilidad
 - Independencia de atributos
 - Loterías



Teoría de la Utilidad Multiatributo (MAUT)

- Metodología: Obtención de una función de utilidad multiatributo
 - ➊ Introducir al decisor en la terminología
 - ➋ Comprobar las condiciones de independencia e identificar la forma apropiada de descomposición de la función de utilidad
 - ➌ Calcular las funciones de utilidad para cada atributo
 - ➍ Obtener los pesos de la función de utilidad
 - ➎ Comprobar la consistencia de la función de utilidad



MAUT. Condiciones de independencia

Independencia preferencial: asociado a preferencias de tipo ordinal

‘Las preferencias que afectan a niveles de un conjunto de atributos no dependen de los niveles fijados para los demás atributos’

Ejemplo

Menú 1
Cocktail de gambas
Lenguado
Vino blanco

Menú 2
Sopa de cocido
Chuletón
Vino blanco

Menú 3
Cocktail de gambas
Lenguado
Vino tinto

Menú 4
Sopa de cocido
Chuletón
Vino tinto

- Para la gran mayoría de los individuos:
Menú 1 > Menú 3 y Menú 4 > Menú 2



MAUT. Condiciones de independencia

Independencia en utilidad: preferencias de tipo cardinal

‘Las preferencias en loterías que afectan a niveles de un conjunto de atributos no dependen de los niveles fijados para el resto’

Ejemplo

Comprar coche (z_1 - precio, z_2 - consumo)

Si la lotería $\{(1.8, 5) 1/2; (2, 5) 1/2\}$ es equivalente a $(x, 5)$

\Rightarrow el equivalente cierto de $\{(1.8, 8) 1/2; (2, 8) 1/2\}$ es $(x, 8)$

Atributos Mutuamente Independientes en Utilidad (MUI):

Cada subconjunto de atributos es independiente en utilidad de su complementario



MAUT. Condiciones de independencia

Independencia aditiva:

‘Dos atributos se dicen aditivamente independientes si la comparación en preferencias pareadas de dos loterías cualesquiera, definida por la probabilidad conjunta, sólo depende de las distribuciones marginales’

Ejemplo

Supone que las dos loterías siguientes son equivalentes

$$\{(1.8, 5) \ 1/2; (2, 5.2) \ 1/2\} \quad \text{y} \quad \{(1.8, 5.2) \ 1/2; (2, 5) \ 1/2\}$$



MAUT. Forma funcional de la f.u.

- Modelos de descomposición de la función de utilidad

- *Aditivo*: $u(z) = u_1(z_1) + \dots + u_p(z_p)$

- *Aditivo ponderado*: $u(z) = \lambda_1 \cdot u_1(z_1) + \dots + \lambda_p \cdot u_p(z_p)$

- *Multiplicativo* (para $p = 3$):

$$u(z) = \lambda_1 \cdot u_1(z_1) + \lambda_2 \cdot u_2(z_2) + \lambda_3 \cdot u_3(z_3) + \\ k\lambda_1\lambda_2 \cdot u_1(z_1)u_2(z_2) + k\lambda_1\lambda_3 \cdot u_1(z_1)u_3(z_3) + k\lambda_2\lambda_3 \cdot u_2(z_2)u_3(z_3) + \\ k^2\lambda_1\lambda_2\lambda_3 \cdot u_1(z_1)u_2(z_2)u_3(z_3)$$

- *Multilineal* (para $p = 3$):

$$u(z) = \lambda_1 \cdot u_1(z_1) + \lambda_2 \cdot u_2(z_2) + \lambda_3 \cdot u_3(z_3) + \\ \lambda_{12}\lambda_1\lambda_2 \cdot u_1(z_1)u_2(z_2) + \lambda_{13}\lambda_1\lambda_3 \cdot u_1(z_1)u_3(z_3) + \\ \lambda_{23}\lambda_2\lambda_3 \cdot u_2(z_2)u_3(z_3) + \lambda_{123}\lambda_1\lambda_2\lambda_3 \cdot u_1(z_1)u_2(z_2)u_3(z_3)$$



MAUT. Forma funcional de la f.u.

- Relación entre las condiciones de independencia y la forma funcional

U.I. de cada atributo con respecto al resto \Rightarrow descomposición multilineal

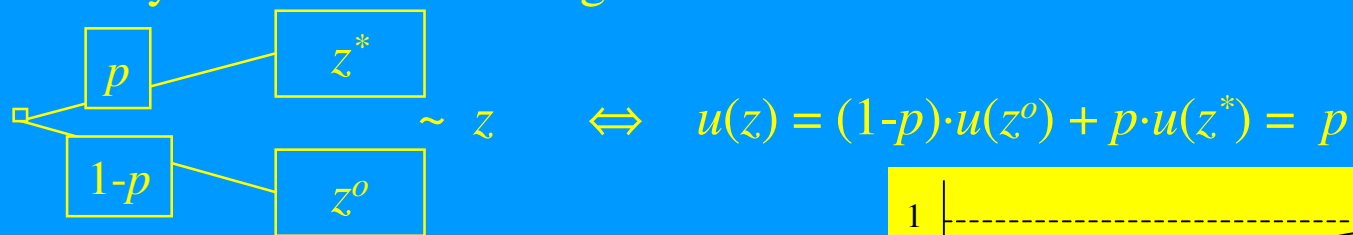
Los atributos son M.U.I. \Rightarrow descomposición multiplicativa

Independencia aditiva \Rightarrow descomposición aditiva



MAUT. F.u. unidimensionales

- Obtención de la función de utilidad para cada atributo z , $u(z)$
 - Para el mejor valor posible $z^* \Rightarrow u(z^*) = 1$
 - Para el peor valor posible $z^o \Rightarrow u(z^o) = 0$
 - Para el resto de valores $z \in (\text{mín}, \text{max})$ se plantea la equivalencia entre una lotería y la consecuencia segura z :

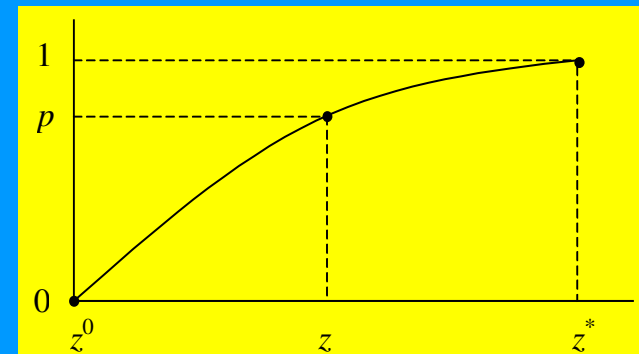


Equivalencia en probabilidad:

se busca p

Equivalencia en certidumbre:

se busca el nivel z del atributo





MAUT. Determinación de los pesos

- Hay que determinar las constantes de escala λ_j de la función de utilidad conjunta
- Suponiendo una f.u. aditiva ponderada
$$u(z) = \lambda_1 \cdot u_1(z_1) + \dots + \lambda_j \cdot u_j(z_j) + \dots + \lambda_p \cdot u_p(z_p)$$
- Se consideran los puntos ideal y anti-ideal como puntos de referencia

$$\text{Punto ideal} \quad z^* = (z_1^*, \dots, z_p^*) \quad u(z^*) = 1$$

$$\text{Punto anti-ideal} \quad z^o = (z_1^o, \dots, z_p^o) \quad u(z^o) = 0$$

donde $z_j^* = \text{Max } z_j(x^i)$ y $z_j^o = \text{Min } z_j(x^i)$

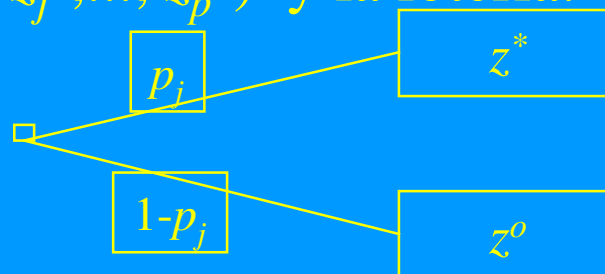
(si los atributos son de máximo)



MAUT. Determinación de los pesos

- Para determinar la constante λ_j

Se busca la probabilidad p_j que haga al decisor indiferente entre $z = (z_1^o, \dots, z_j^*, \dots, z_p^o)$ y la lotería:



$$\Rightarrow u(z) = p_j u(z^*) + (1-p_j)u(z^o) = p_j$$

$$u(z) = \lambda_1 \cdot u_1(z_1^o) + \dots + \lambda_j \cdot u_j(z_j^*) + \dots + \lambda_p \cdot u_p(z_p^o) = \lambda_j$$

$$\Rightarrow \lambda_j = p_j$$



GDMZ

4.2 TEORÍA DE UTILIDAD MULTIATRIBUTO (MAUT)



Universidad de Zaragoza

MAUT. Estudio de la consistencia

- Una vez determinada la función de utilidad se evalúa su consistencia con las preferencias del decisor
- Si existen discrepancias, puede deberse a:
 - El analista cometió algún error
 - El decisor cometió algún error
 - Las actitudes del decisor han cambiado
 - La situación ha cambiado



Teoría de la Utilidad Multiatributo

- En MAUT, los pesos reflejan la importancia relativa de los atributos en una situación dada
- Extensiones
 - Procedimiento de evaluación y acotación de Sarin (1977): obtiene la información del decisor a través de un proceso secuencial interactivo
 - Fishburn (1988): Teoría de la Utilidad y preferencias no lineales
 - Quiggin (1993): Teoría de la Utilidad Esperada Generalizada



GDMZ

4.2 TEORÍA DE UTILIDAD MULTIATRIBUTO (MAUT)



Universidad de Zaragoza

Teoría de la Utilidad Multiatributo

Software

- Generic Multi-Attribute Analysis (GMAA) ó Análisis Multiatributo Genérico (AMG)
 - <http://mayor.dia.fi.upm.es/~ajimenez/GMAA.html>
- Visual Interactive Sensitivity Analysis (VISA)
 - <http://www.simul8.com/products/visa.htm>



EL PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO

- 1. Conceptos básicos
- 2. Metodología
- 3. Software (EC 2000 2nd. versión)
- **Referencias:**
 - MORENO JIMÉNEZ, J.M. (2002): El Proceso Analítico Jerárquico. Fundamentos, Metodología y Aplicaciones. En Caballero, R. y Fernández, G.M. *Toma de decisiones con criterios múltiples*. RECT@ Revista Electrónica de Comunicaciones y Trabajos de ASEPUMA, Serie Monografías nº 1, 21-53.
 - SAATY, T.L. (1980): *The Analytic Hierarchy Process*. McGraw-Hill, N. Y.
 - SAATY, T.L. (1994): *Fundamentals of Decision Making*. RSW Publications.
 - SAATY, T.L. (1996): *The Analytic Network Process*. RSW Publications.



- **Decisión Multicriterio (Moreno, 1996)** es el conjunto de aproximaciones, métodos, modelos, técnicas y herramientas dirigidas a **incrementar el conocimiento y mejorar la calidad integral de los procesos de decisión seguidos por los individuos y sistemas en situaciones en las que intervienen múltiples escenarios, actores y criterios (tangibles e intangibles)**, esto es, a mejorar la efectividad, eficacia y eficiencia de los procesos de decisión, y a aumentar el valor añadido del conocimiento de los mismos, derivado de la resolución científica del problema.



EL PROCESOS ANALÍTICO JERÁRQUICO

- **Necesidad:** “es preciso establecer un conjunto de herramientas y procedimientos que permitan aprovechar el poder intrínseco de la mente para conectar las experiencias e intuiciones con los objetivos fijados, esto es, asistir a expandir el conocimiento, a relacionarlo con los valores empleados, y a establecer prioridades que permitan tomar decisiones”
- **Presentación:**
“El Proceso Analítico Jerárquico (*Analytic Hierarchy Process*, AHP) es una teoría general sobre juicios y valoraciones propuesta por Thomas L. Saaty (Saaty, 1977, 1980) que, basada en escalas de razón, permite combinar lo científico y racional con lo intangible para ayudar a sintetizar la naturaleza humana con lo concreto de nuestras experiencias capturado por la ciencia”



- **Enfoques:**
 - *filosofía* para abordar la toma de decisiones
 - una *teoría matemática* de la medida referida a la dominación entre alternativas respecto a un criterio o atributo en común.
 - una *técnica* que permite la resolución de problemas multicriterio, multientorno y multiactores, incorporando en el modelo los aspectos tangibles e intangibles, así como el subjetivismo y la incertidumbre inherente en los Procesos de Decisión.
- **Características :**
 - empleo de jerarquías
 - utiliza comparaciones pareadas
 - homogeneidad
 - usa escalas de razón
 - **inconsistencia**



EL PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO

- Etapas de la Metodología (Saaty, 1977, 1980)
 - Modelización
 - Valoración
 - Priorización
 - Síntesis
- Axiomas (Saaty, 1986, 1994)
 - Reciprocidad
 - Homogeneidad
 - Jerarquías y sistemas
 - Expectativas



EL PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO

- Etapas de la metodología (nueva propuesta)
 - Formulación y descripción
 - Modelización
 - Emisión de juicios
 - Priorización, Agregación y Síntesis; Inconsistencia.
 - Incertidumbre, Robustez y Retroalimentación.
 - Explotación del modelo: Aprendizaje y Negociación.



FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

- Fijar
 - La misión **perseguida**
 - El marco **global o macroentorno**
 - Los actores **o participantes**
 - La estructura **organizativa** (interrelaciones entre actores)
 - Los aspectos **relevantes y sus interdependencias**
 - Los criterios **y alternativas iniciales**
 - la **captación de la información**
- **Balancear el grado de precisión y profundidad con la operatividad y aplicabilidad.**



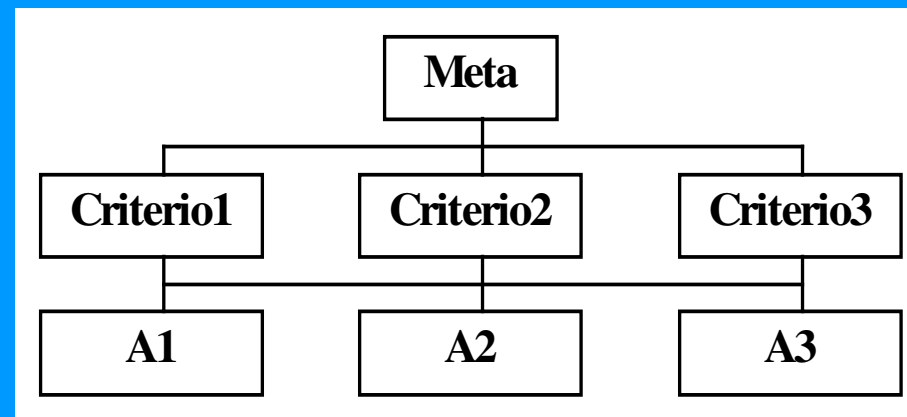
MODELIZACIÓN JERÁRQUICA

- Se construye un modelo o estructura en la que queden representados todos los aspectos considerados en el Proceso de Toma de Decisiones (PTD).
- La estructura resultante (jerarquía o red) debe ser:
 - completa
 - representativa
 - no redundante
 - minimal
- Su construcción es la parte más creativa (arte vs. Ciencia).
- Posibilidad de construir diferentes jerarquías.



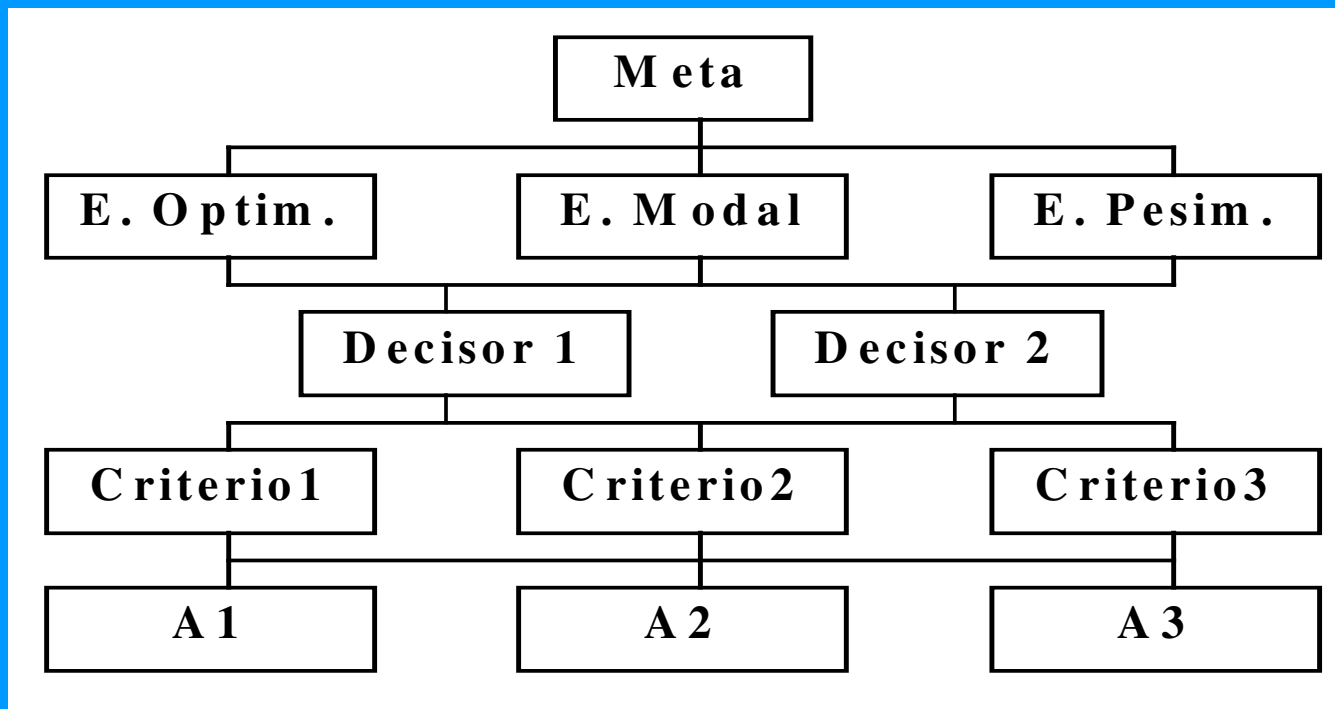
MODELIZACIÓN JERÁRQUICA

- El problema se modeliza mediante una jerarquía
 - En el nivel superior se coloca la meta
 - En el nivel siguiente se sitúan los criterios
 - En el nivel más bajo aparecen las alternativas consideradas





- Esta estructura, la más sencilla posible, puede completarse añadiendo otros niveles en los que se recojan los escenarios, actores, subcriterios, etc.





- Una **jerarquía** es una representación de problemas complejos en estructuras multinivel, cuyo primer nivel es la meta, seguido en los siguientes niveles por los criterios, subcriterios, actores, etc, así hasta el último nivel donde se colocan las alternativas.
- Una jerarquía es también una manera apropiada de buscar relaciones causa-efecto mediante la descomposición de los problemas complejos en pasos que formen una cadena lineal.
- Es el constructo mental mas potente y sencillo para el estudio de sistemas complejos. Los sistemas jerárquicos poseen propiedades que no dependen del contexto específico.
- Hay varias clases de jerarquías, las más sencillas de las cuales son las denominadas jerarquías de dominación, que descienden desde lo más general a lo más particular en un árbol invertido.



MODELIZACIÓN JERÁRQUICA

- Las Jerarquías se refieren a la **distribución de una propiedad (meta) entre los elementos** que son comparados, intentando detectar cuál de estos elementos posee en mayor medida la citada propiedad.
- Las Redes se refieren a la **distribución de la influencia de los elementos** en otros elementos con respecto a una propiedad dada.



VALORACIÓN Y EMISIÓN DE JUICIOS

- Incorporar las preferencias, gustos y deseos mediante las matrices de comparaciones pareadas, esto es matrices cuadradas que reflejan la importancia relativa, o dominación, de un elemento frente a otro respecto a una propiedad en común.
- Cuando no existe una escala que proporcione medidas absolutas, se recurre a medidas relativas tomando como referencia el de menor valor
- Escala fundamental para juicios (Saaty, 1980)



VALORACIÓN Y EMISIÓN DE JUICIOS

Escala numérica	Escala verbal	Explicación
1	Igual importancia	Los dos elementos contribuyen igualmente a la propiedad o criterio.
3	Moderadamente más importante un elemento que el otro	El juicio y la experiencia previa favorecen a un elemento frente al otro.
5	Fuertemente más importante un elemento que en otro	El juicio y la experiencia previa favorecen fuertemente a un elemento frente al otro.
7	Mucho más fuerte la importancia de un elemento que la del otro,	Un elemento domina fuertemente. Su dominación está probada en práctica
9	Importancia extrema de un elemento frente al otro.	Un elemento domina al otro con el mayor orden de magnitud posible

2, 4, 6 y 8 como valores intermedios



VALORACIÓN Y EMISIÓN DE JUICIOS

- El decisor compara entre sí los elementos de un nivel respecto a un elemento superior
- De aquí se obtiene la matriz de comparaciones pareadas

$$A = \{ a_{ij}, \text{ con } a_{ij} a_{ji} = 1 \}$$

donde los juicios emitidos, a_{ij} , reflejan la importancia relativa del elemento i respecto del j según la escala fundamental $(1/9, \dots, 1, \dots, 9)$ propuesta por Saaty (1980).



PRIORIZACIÓN

- En AHP se distinguen tres tipos de **prioridades**: **locales**, **globales** y **totales**. Las locales y globales se pueden obtener para cualquier nodo de la jerarquía, mientras que las totales se asocian a las alternativas comparadas. Para su obtención Saaty (1980) sugiere:

- Para las **prioridades locales**, el **método del autovector principal por la derecha**:

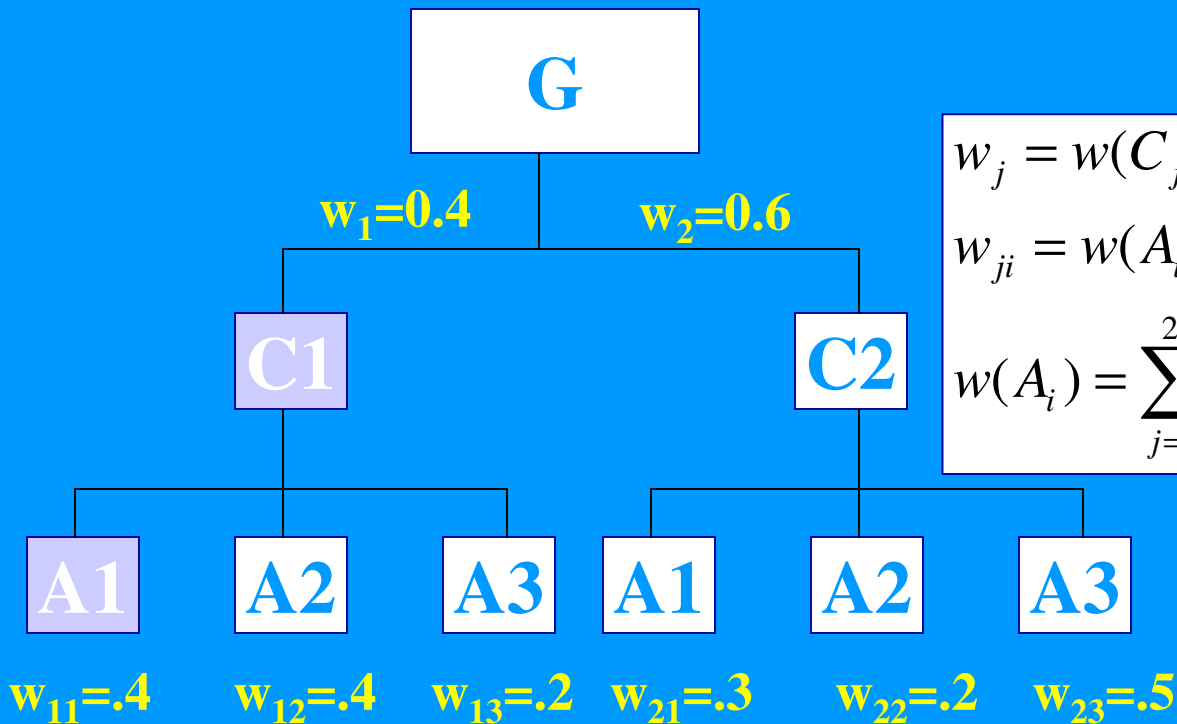
$$Aw = \lambda_{\max} w, \quad \text{con } w_1 + \dots + w_n = 1$$

- Para las **globales**, el principio de composición jerárquica: Denotando por $w_i(k)$ la prioridad local del elemento i en el nivel k , su prioridad global vendrá dada como

$$w_i^G(k) = w_i(k/1) = w_i(k) w(k/k-1) w(k-1/k-2) \dots w(2/1)$$

siendo $w(j/j-1)$ la prioridad local del elemento del nivel j considerado respecto al nodo del nivel $j-1$ usado para las comparaciones.

- Para las **totales**, un procedimiento agregación (aditivo)



$$w_j = w(C_j / G), j = 1, 2$$

$$w_{ji} = w(A_i / C_j), i = 1, 2, 3$$

$$w(A_i) = \sum_{j=1}^2 w_{ji} w_j$$

Prioridad Local:

$$w(A1/C1)=.4$$

Prioridad Global:

$$w(A1/G) = w(A1/C1) w(C1/G) = .4 \times .4 = .16$$

Prioridad Total:

$$w(A1) = w(A1/C1) + w(A1/C2) = .16 + .18 = .34$$

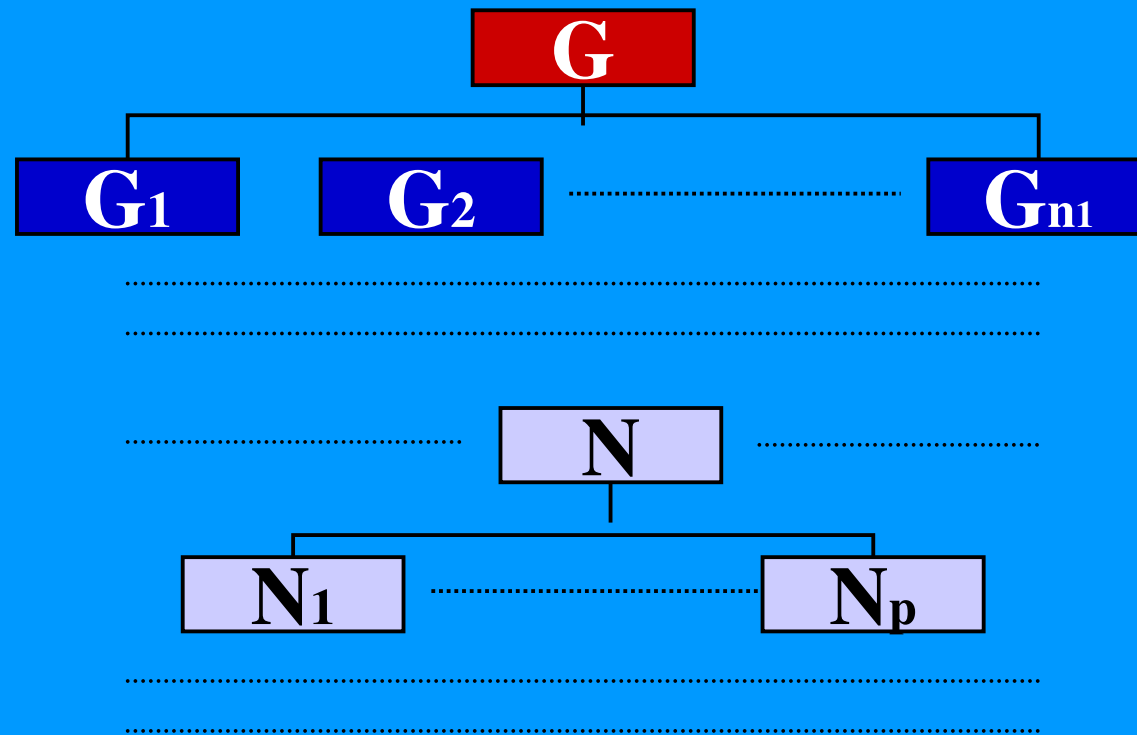
$$w(A2) = w(A2/C1) + w(A2/C2) = .16 + .12 = .28$$

$$w(A3) = w(A3/C1) + w(A3/C2) = .08 + .30 = .38$$

A3 > A1 > A2



4.3 PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO (AHP)



T(H)

T₁

T_t

A(H)

A₁

A_n



4.3 PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO (AHP)



GDMZ

Universidad de Zaragoza

- Sea una jerarquía con $k+1$ niveles ($L_h, h=0, \dots, k$), en cada uno de los cuales se tienen un total de n_h nodos ($n_0=1$). En el nivel 0 se sitúa la meta (G) y en el nivel k los atributos del problema ($T_j, j=1, \dots, n_k$) de los que cuelgan las n alternativas ($A_i, i=1, \dots, n$). Las **prioridades globales** de los nodos de un nivel h cualquiera de la jerarquía ($h=1, \dots, k$), se obtienen como sigue:

$$W_{(n_1 \times 1)}^G(L_1) = W_{(n_1 \times 1)}(L_1)$$

$$W_{(n_2 \times 1)}^G(L_2) = W_{(n_2 \times n_1)}(L_2 / L_1)W(L_1)$$

$$\begin{aligned} W_{(n_3 \times 1)}^G(L_3) &= W_{(n_3 \times n_2)}(L_3 / L_2)W^G(L_2) \\ &= W(L_3 / L_2)W(L_2 / L_1)W(L_1) \end{aligned}$$

Λ

$$\begin{aligned} W_{(n_k \times 1)}^G(L_k) &= W_{(n_k \times n_{k-1})}(L_k / L_{k-1})W^G(L_{k-1}) \\ &= W(L_k / L_{k-1})\Lambda W(L_2 / L_1)W(L_1) \end{aligned}$$



PRIORIDADES

- Para obtener las **prioridades totales de las alternativas**, basta con sintetizar o agregar las prioridades locales (w_{ij}) de las mismas respecto a los n_k atributos del nivel k ($T_j, j=1, \dots, t=n_k$). Denotando por $w_j^G = w^G(T_j) = w(T_j/G)$ la prioridad global del atributo j -ésimo, la prioridad total (síntesis aditiva) de la alternativa A_i , es: :

$$w_i = w(A_i) = \sum_{j=1}^{n_k} w_{ij} w_j^G, \quad i = 1, \dots, n$$

- Los pesos o prioridades obtenidos por AHP pueden emplearse con fines normativos para ordenar las alternativas, para seleccionar la mejor o para asignar recursos entre ellas, aunque todo ello debe estar sujeto a un análisis detallado de las conclusiones
- El enfoque de AHP aquí expuesto recibe el nombre de ***modo distributivo*** debido a la forma en que se asignan los pesos a las alternativas



INCONSISTENCIA

- Si la matriz de comparaciones pareadas verifica la propiedad

$$a_{ij}a_{jk} = a_{ik} \quad \forall i, j, k = 1, \dots, n$$

se dice que ésta es **consistente**

- Para el **EGVM** se puede dar una medida de la inconsistencia cometida mediante el índice de consistencia: $CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}$, que se puede expresar como

$$CI = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i \neq j} (e_{ij} - 1)$$

siendo $e_{ij} = a_{ij}w_j/w_i$. Como regla para la aceptación de los juicios emitidos se emplea la razón de inconsistencia (10%)

$$CR = \frac{CI}{E[CI(n)]}$$

- Para el **RGMM**, $w_i = \left(\prod_{j=1}^n a_{ij} \right)^{1/n}$, el indicador es el $GCI = \frac{2}{(n-1)(n-2)} \sum_{i < j} \log^2 e_{ij}$



INCERTIDUMBRE

- Incorpora al modelo la **incertidumbre** existente en la emisión de juicios. El método propuesto es la utilización de diferentes **distribuciones de probabilidad recíprocas** asociadas a los *intervalos de juicio* considerados (Escobar y Moreno, 1999), en particular la **distribución Uniforme Recíproca** (Moreno y Vargas, 1993) y la **Triangular Recíproca** (Altuzarra, Escobar y Moreno, 1996).
- Mediante procedimientos de **simulación** se estudia la robustez del modelo, y se realizan las correcciones pertinentes para capturar las modificaciones de las preferencias ocurridas durante el proceso de resolución.



APRENDIZAJE Y NEGOCIACIÓN

- En el último paso se analizan las diferentes **estructuras de preferencias** que se pueden presentar, efectuando un estudio **probabilístico** de las mismas, y los diferentes **intervalos de estabilidad** asociados a los juicios, alternativas y criterios (matrices).
- Así mismo, se buscan los **puntos críticos del proceso de decisión**, y se presentan las modificaciones oportunas, en cuanto a criterios, alternativas y dependencias relevantes, para una resolución efectiva, eficaz y eficiente del problema.
- En este apartado se detectan diferentes **oportunidades de decisión**, uno de los aspectos destacados del proceso negociador que llevan a cabo las partes implicadas para la búsqueda de una solución consensuada (“Camino de Consenso”).



CONCLUSIONES

- El objeto del proceso analítico jerárquico (Saaty, 1996) es trasladar las percepciones humanas, con su limitación en cuanto al rango, a valores numéricos con sentido, a partir de los cuales derivar las prioridades que permitan tomar decisiones.
 - La homogeneidad y los conglomerados (transitar gradualmente de lo pequeño a lo grande).
 - Los valores cero a infinito no coinciden con nuestra percepción del significado de las mediciones.
 - Representar la dependencia y la retroalimentación requiere operaciones con escalas de razón.
 - Una tendencia natural es profundizar y ampliar su estudio intentando encontrar la verdad.
 - La multiaditividad (no es sólo aditiva) de AHP lleva a formas multilineales, y las formas multilineales juegan un papel especial al capturar el significado de los juicios en una jerarquía y en una estructura de red convergiendo hacia nuestra visión holística de la complejidad.



- Por el momento, no existe una aproximación multicriterio unánimemente aceptada, a pesar de los esfuerzos que últimamente se están realizando para lograr un enfoque unificado en el que se incorporen las mejores ideas de las diferentes escuelas de decisión.
- En el caso particular de AHP, como les sucede a todas las aproximaciones multicriterio discretas, existen una serie de **controversias** en su metodología que todavía permanecen abiertas en la literatura, como son:
 - (1) el problema del cambio de rango;
 - (2) el uso del autovector normalizado;
 - (3) el significado de la intensidad de preferencia proporcionada por los respuestas;
 - (4) la interpretación de las prioridades obtenidas en el procedimiento.



MEDIDAS ABSOLUTAS

- Al margen de su propuesta (medidas relativas), el proceso analítico permite alcanzar medidas absolutas. En esta opción denominada “ratings” se trabaja de forma muy parecida al caso de medidas relativas.
- La única diferencia es que en el nivel inferior de la jerarquía se colocan, en vez de las alternativas, las modalidades o niveles considerados para cada uno de los subcriterios o atributos incluidos en el mismo.



MEDIDAS ABSOLUTAS

- La utilización de medidas absolutas está recomendada cuando se tiene un número elevado de alternativas, y se dispone de experiencia previa para poder establecer las modalidades de los atributos considerados. Las medidas relativas se emplean fundamentalmente cuando el número de alternativas es más reducido ($7+/-2$), se dispone de un mayor conocimiento del problema, y se desea un estudio con mayor detalle. En el caso de medidas relativas las redundancias cometidas al introducir los $n(n-1)/2$ juicios permiten una ratificación en los juicios emitidos.
- En general las medidas absolutas se suelen emplear con fines normativos, mientras que las relativas con fines descriptivos.



Resumen AHP

- **Priorización** $w: A=(a_{ij}) \rightarrow [0,1]^n$
 $w(A)=(w_1, \dots, w_n)$
- **Prioridades Locales**
 - **Método del autovector -EGV-** ($Aw = \lambda_{\max} w$, con $w_1 + \dots + w_n = 1$)
 - **Media Geométrica por filas -RGMM-** ($w_i = (\prod_j a_{ij})^{1/n}$)
 - **Prioridades Globales (composición jerárquica)**

- **Síntesis**
- **Prioridades Totales**
 - **Agregación aditiva**
 - **Agregación multiplicativa**

➤ **Inconsistencia**

- **EGVM** $IC = \frac{\lambda_{\max} - n}{n-1} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i \neq j} (e_{ij} - 1)$ **RGMM** $ICG = \frac{2}{(n-1)(n-2)} \sum_{i < j} \log^2 e_{ij}$



AHP

➤ **Medidas:**

- **Relativas**
 - **Número reducido de alternativas (7 ± 2)**
- **Absolutas**
 - **Número grande de alternativas**
 - **Existe una escala previa**

➤ **Modelización en tres niveles**

- **Bloque I: Tabla de efectos**
- **Bloque II: AHP**
- **Bloque III: ANP**



GDMZ

4.3 PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO (AHP)



Universidad de Zaragoza

APLICACIONES

- Construcción de Jerarquías
- Información Descriptiva sobre Prioridades
- Frecuencias de las Estructuras de Preferencia
- Patrones de Comportamiento (frecuencias de las posiciones)



PLAN NACIONAL DE REGADÍOS

- Antecedentes
- Presentación del Problema
- Modelización
- Resolución
- Caso real simplificado
- Resultados
 - Estructuras de Preferencia
 - Intervalos de Estabilidad



4.3 PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO (AHP)

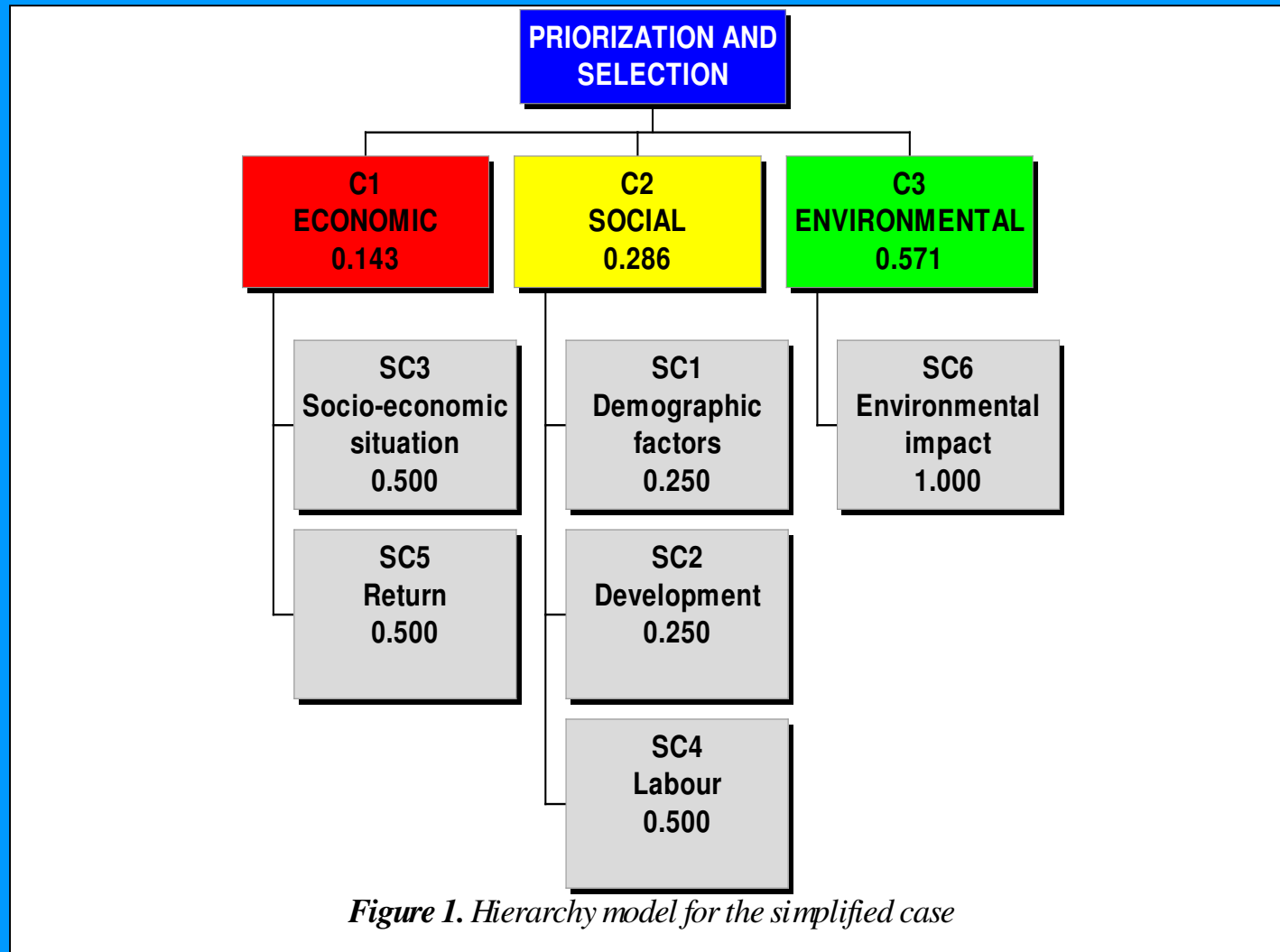


Figure 1. Hierarchy model for the simplified case



GDMZ

4.3 PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO (AHP)



Universidad de Zaragoza

Alternatives	Definition	Det. prior.	Mean prior.	Min prior.	Max prior.
S03	Lorca	0.8938	0.891433	0.858929	0.913685
E05	Vitoria	0.6725	0.667177	0.558457	0.750147
S15	Cartagena (2)	0.6522	0.653871	0.637558	0.681821
S09	Cartagena	0.5969	0.597493	0.579049	0.616288
S10	Jumilla	0.4695	0.475293	0.391503	0.585230
E12	Massalcoreig	0.4361	0.433612	0.376649	0.477137
S01	Mula	0.4001	0.402412	0.378085	0.435024
S05	Campos del Río	0.3940	0.396043	0.371644	0.428427
S08	Fuente Álamo	0.3889	0.391543	0.366117	0.429881
S06	Calasparra	0.3621	0.363948	0.346395	0.389534
S14	Orihuela	0.3503	0.354720	0.310786	0.415487
E13	Zaragoza	0.3314	0.332760	0.319060	0.354468
S07	Lorca (2)	0.3170	0.317592	0.307838	0.330378
E03	Pamplona	0.3006	0.301026	0.296379	0.307752
S11	Abanilla	0.3003	0.304120	0.267776	0.356745
S04	Ceheguín	0.2975	0.302047	0.259315	0.363356
E14	Cantavieja	0.2944	0.298140	0.262384	0.350265
E11	Pobla de Segur	0.2942	0.295117	0.274885	0.318288
E04	San Adrián	0.2891	0.290124	0.263103	0.319690
E06	Hermandad de Campoo	0.2654	0.268335	0.240536	0.308516
S12	Murcia	0.2593	0.261965	0.235671	0.299673
S13	Benejúzar	0.2593	0.261965	0.235671	0.299673
E01	Villalobar de Rioja	0.2496	0.249174	0.238827	0.257090
E10	Sariñena	0.2224	0.225579	0.195519	0.269145
E09	Flix	0.2070	0.210436	0.177723	0.261654
E02	Tudela	0.2019	0.204658	0.178144	0.243462
E15	Aliaga	0.2019	0.204147	0.177978	0.239004
S02	Elche de la Sierra	0.1801	0.181606	0.151698	0.220672
E07	Milagro	0.1788	0.181283	0.157068	0.218137
E08	Logroño	0.1737	0.176290	0.151077	0.216374

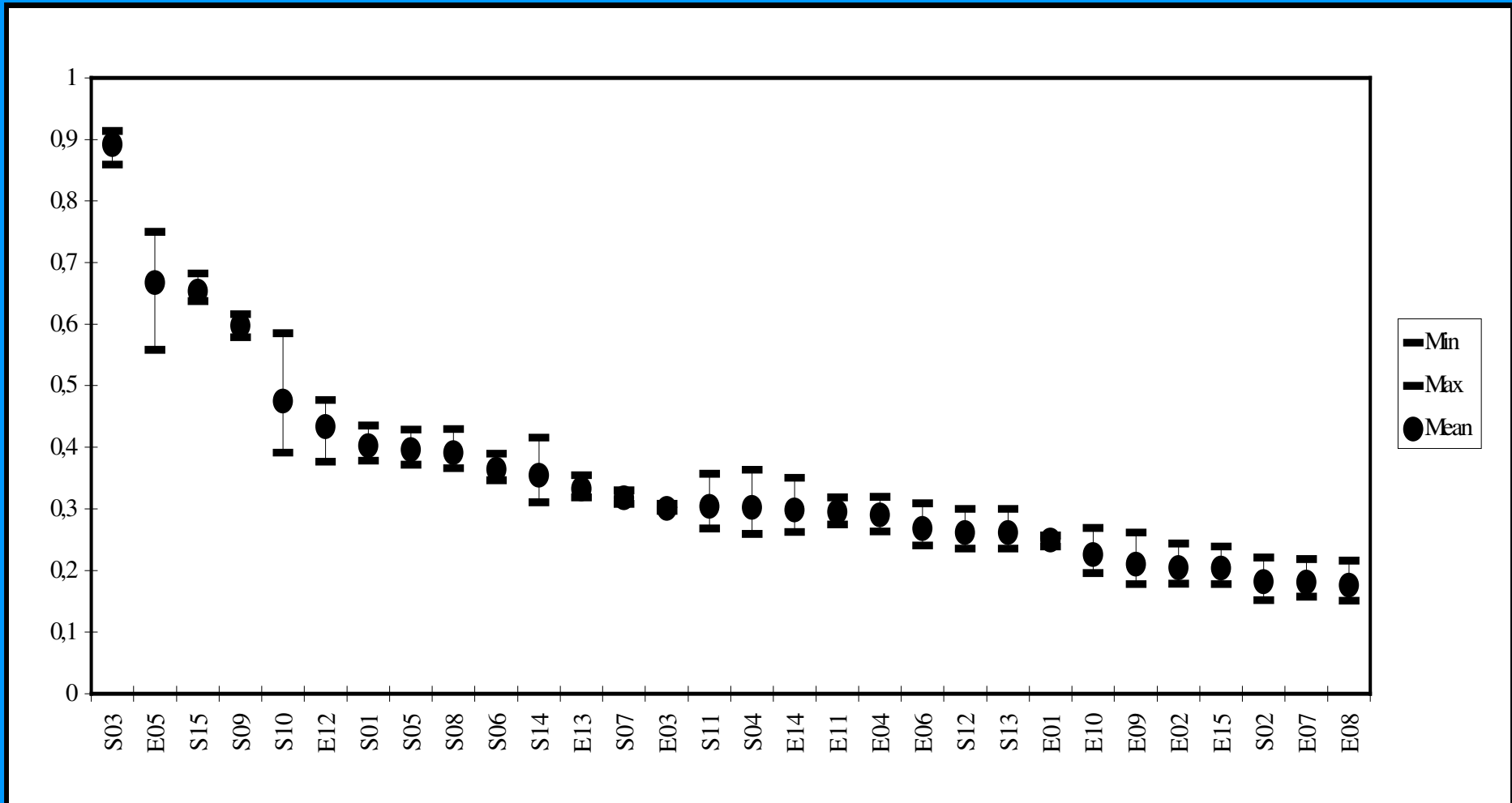


GDMZ

4.3 PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO (AHP)



Universidad de Zaragoza





4.3 PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO (AHP)



GDMZ

Universidad de Zaragoza

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
S03	10000																													
E05		6482	3274	202	42																									
S15			3518	6482																										
S09				241	9759																									
S10					3	39	7178	2780																						
E12									2780	5299	417	724	433	340	7															
S01										1909	7092	999																		
S05											1400	5590	3010																	
S08												12	1091	2642	6255															
S06													7250	2750																
S14														45	302	2410	6064	1179												
E13																														
S07																														
S11																														
S04																														
E03																														
E14																														
E11																														
E04																														
E06																														
S12																														
S13																														
E01																														
E10																														
E09																														
E02																														
E15																														
S02																														
E07																														
E08																														



GDMZ

4.3 PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO (AHP)



Universidad de Zaragoza

PS1	A1>A2>A3>A4>A5>A6>A7>A8>A9	0.2780	PS12	A1>A2>A3>A4>A5>A6>A9>A7>A8	0.0188
PS2	A1>A2>A3>A4>A6>A5>A7>A8>A9	0.1212	PS13	A1>A3>A2>A4>A5>A6>A9>A7>A8	0.0093
PS3	A1>A3>A2>A4>A5>A6>A7>A8>A9	0.1138	PS14	A1>A3>A2>A4>A5>A7>A9>A8>A6	0.0066
PS4	A1>A2>A3>A4>A6>A5>A7>A9>A8	0.0854	PS15	A1>A3>A4>A5>A2>A7>A8>A9>A6	0.0039
PS5	A1>A2>A3>A4>A5>A6>A7>A9>A8	0.0734	PS16	A1>A3>A2>A4>A5>A7>A6>A9>A8	0.0032
PS6	A1>A2>A3>A4>A6>A5>A9>A7>A8	0.0714	PS17	A1>A3>A2>A4>A5>A7>A9>A6>A8	0.0019
PS7	A1>A3>A2>A4>A5>A7>A8>A6>A9	0.0699	PS18	A1>A3>A4>A2>A5>A7>A9>A8>A6	0.0011
PS8	A1>A3>A2>A4>A5>A7>A8>A9>A6	0.0468	PS19	A1>A3>A2>A4>A5>A9>A7>A6>A8	0.0006
PS9	A1>A3>A2>A4>A5>A7>A6>A8>A9	0.0381	PS20	A1>A3>A2>A4>A5>A9>A6>A7>A8	0.0004
PS10	A1>A3>A2>A4>A5>A6>A7>A9>A8	0.0366	PS21	A1>A3>A5>A4>A2>A7>A8>A9>A6	0.0003
PS11	A1>A3>A4>A2>A5>A7>A8>A9>A6	0.0191	PS22	A1>A3>A2>A4>A5>A9>A7>A8>A6	0.0002



GDMZ

4.3 PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO (AHP)



Universidad de Zaragoza

Element	Stability index (P. α)
α_{12}	
α_{13}	
α_{23}	
α_1	5.02
α_2	18.06
α_3	
α	4.3263

Element	Stability index (P. γ)
γ_{12}	1.2413
γ_{13}	1.2206
γ_{23}	1.1886
γ_1	1.1550
γ_2	1.1550
γ_3	1.0975
γ	1.0902



4.3 PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO (AHP)



- AGUARÓN, J.; MORENO-JIMÉNEZ, J.M. (2000): Local Stability Intervals in the Analytic Hierarchy Process. *European Journal of Operational Research* 125(1), 114-133.
- ESCOBAR, M.T.; MORENO-JIMÉNEZ, J.M. (2000): Reciprocal distributions in the Analytic Hierarchy Process. *European Journal of Operational Research* 123(1), 154-174.
- AGUARÓN, J.; MORENO-JIMÉNEZ, J.M. (2002): The Geometric Consistency Index. Approximated Thresholds. *European Journal of Operational Research* 147 (1), 137-145.
- AGUARÓN, J.; ESCOBAR, M.T.; MORENO-JIMENEZ, J.M. (2003): Consistency Stability Intervals for a Judgement in AHP-Decision Support Systems. *European Journal of Operational Research*, 145(2), 382-393.
- MORENO-JIMÉNEZ, J.M.; AGUARÓN, J.; ESCOBAR, M.T. (2002): Decisional Tools for Consensus Building in AHP-Group Decision Making. Mini-Euro, Bruselas (10-5-2002).



4.3 PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO (AHP)



Expert Choice E:\JMMJ\MeBa\Teoría\S14-15\Fresneda_GeTD1.ahp

File Edit Assessment Synthesize Sensitivity-Graphs View Go Tools Help

439 1.3RENTA: Rentabilidad (Aumento del VAN) (L.:439 G.:088)

- 1.2CONSE: Costes de Conservación (L.:074 G.:015)
- **1.3RENTA: Rentabilidad (Aumento del VAN) (L.:439 G.:088)**
- 1.4CREC : Potencial de Crecimiento/Desarrollo Económico (L.:2
- C2:TÉN. : Criterios Técnicos (L.:200 G.:200)
 - 2.1CARAC: Características Técnicas de la Obra (L.:359 G.:072)
 - 2.2SEGUR: Seguridad en la Aportación Hídrica (L.:359 G.:072)
 - 2.3CAPAC: Capacidad de Almacenamiento (L.:200 G.:040)
 - 2.4DURAC: Duración Prevista del Proyecto (L.:082 G.:016)
- C3:SOC. : Criterios Sociales (L.:400 G.:400)
 - 3.1EMPLE: Generación de Empleo en la Zona (L.:122 G.:049)
 - 3.2DEMOG: Aspectos Demográficos (fijación, repoblación,...) (L:
 - 3.3IDONE: Idoneidad social del proyecto (L.:227 G.:091)
 - 3.4ACEPT: Aceptación Social del Proyecto (L.:424 G.:169)
- C4:AMB. : Criterios Ambientales (L.:200 G.:200)
 - 4.1IMPAC: Impacto en el Medio Físico (L.:483 G.:097)
 - 4.2PREVE: Prevención de Riesgos Naturales (L.:272 G.:054)
 - 4.3SINGU: Existencia de Elementos Singulares (L.:088 G.:018)
 - 4.4REVER: Medidas Correctoras y Reversibilidad (L.:157 G.:031)

Information Document

A1:COMPT: Torr	.200
A2:TORMA: Torr	.100
A3:MOLIN: Molin	.600
A4:MAS : Mas c	.100

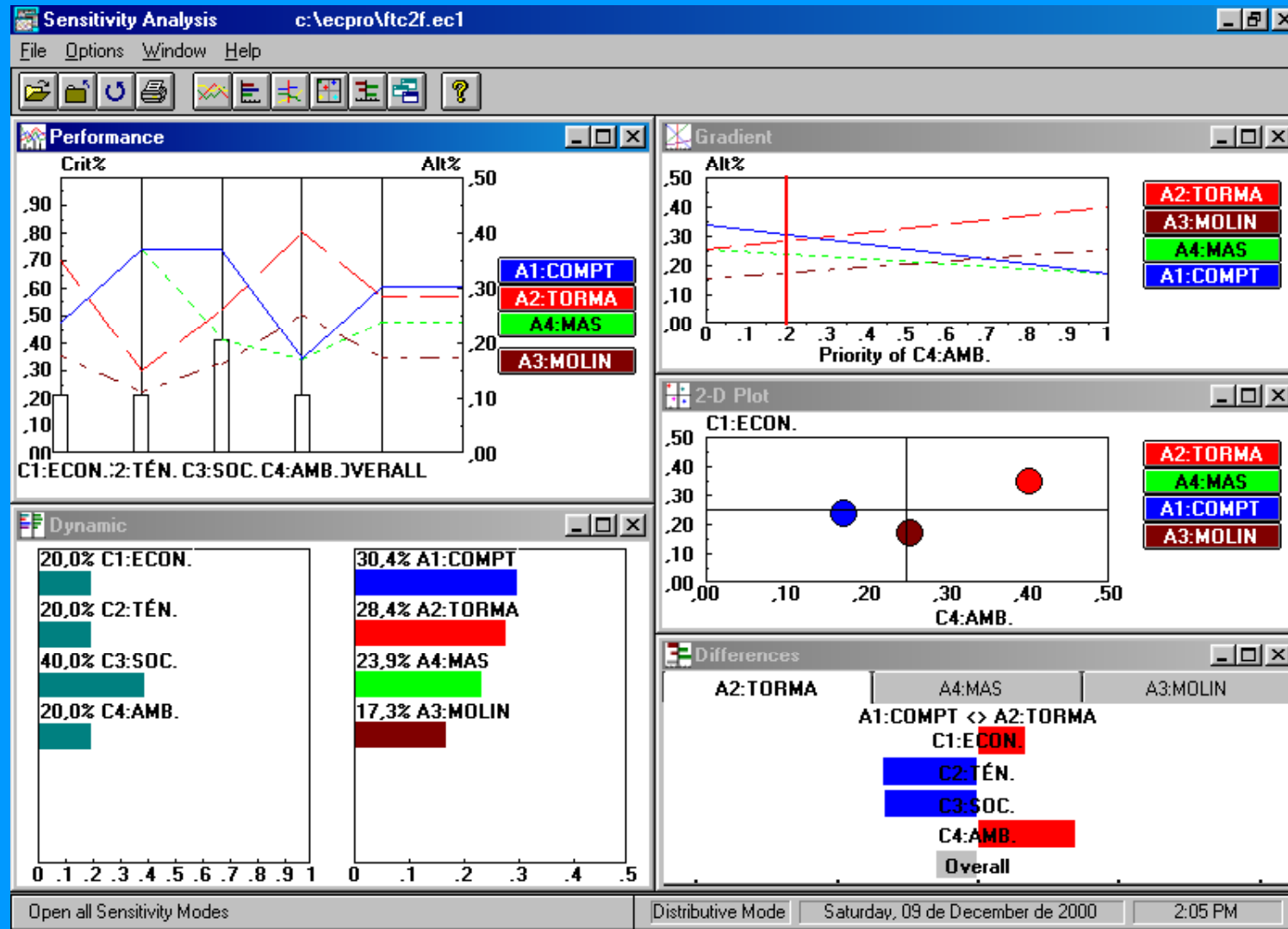


GDMZ

4.3 PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO (AHP)



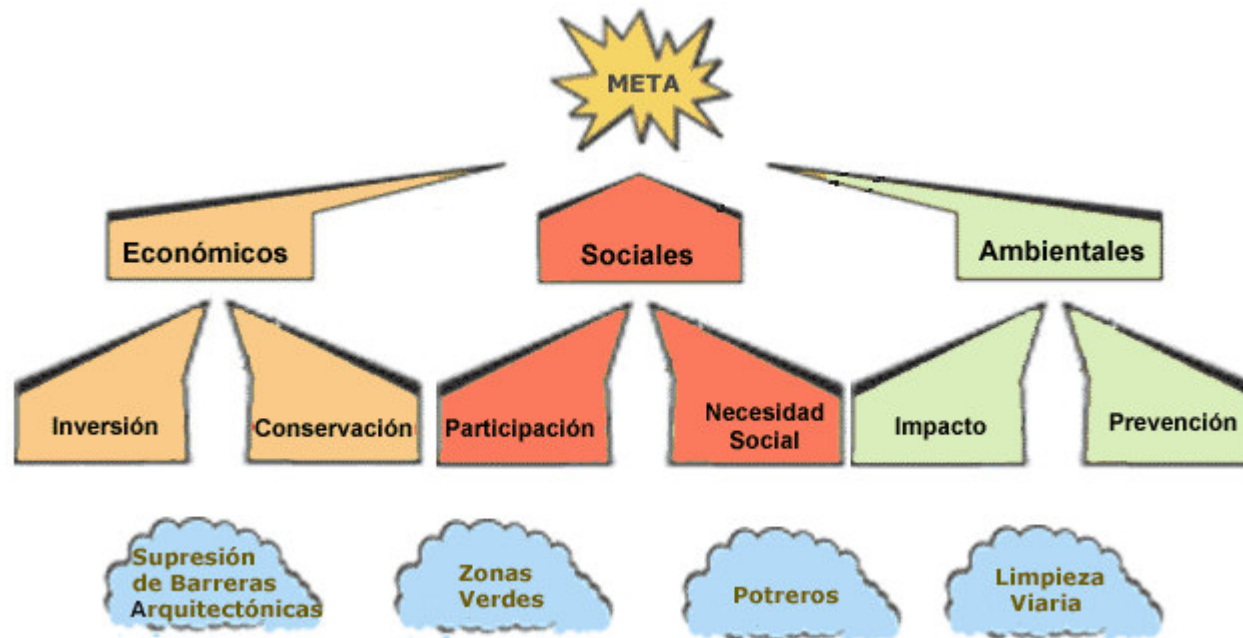
Universidad de Zaragoza





Decisión Multicriterio Discreta

- Caso 2: Presupuestos Participativos por Internet (<http://www.zaragoza.es/participacion/default.htm>)





Decisión Multicriterio Discreta

- Caro 2: Presupuestos Participativos por Internet

	C1.1	C1.2	C2.1	C2.2	C3.1	C3.2
A1	1000	200	4	2	3	3
A2	400	300	1	3	0	3
A3	1200	100	3	1	4	1
A4	600	400	1	4	0	2

A1:	Supresión barreras arquitectónicas
A2:	Zonas verdes
A3:	Potrerros
A4:	Limpieza viaria

C1.1	Inversión (min)					
C1.2	Conservación (min)					
C2.1	Participación (max): favorecer la integración de colectivos (discapacitados, mayores, jóvenes, inmigrantes,...)					
C2.2	Necesidad social (max)					
C3.1	Impacto ambiental (min): impacto físico					
C3.2	Prevención (max): evitar accidentes, mantener condiciones ambientales (sostenibilidad), respeto al M.A.					



PROCESO ANALÍTICO SISTÉMICO (ANP)

➤ Extensión de AHP que permite la incorporación de interdependencias y retroalimentación.

➤ Metodología:

- Modelización del problema (red)

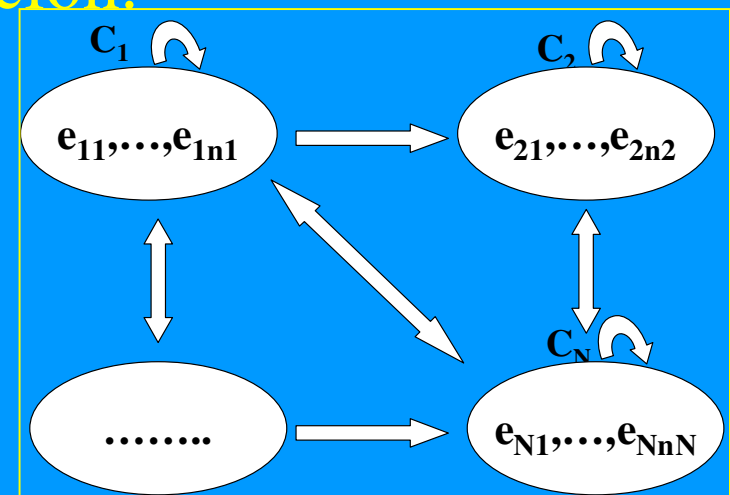
- Consideración de clusters y elementos
- Incorporación de las dependencias
- Jerarquía de control

- Valoración

- Supermatriz no ponderada (comparaciones pareas en la escala de Saaty)
- Se pregunta por la influencia de los clusters y/o elementos

- Priorización

- Supermatriz ponderada (estocástica por columnas)
- Supermatriz límite $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{W}^k$





4.3 PROCESO ANALÍTICO SISTÉMICO (ANP)



Supermatriz

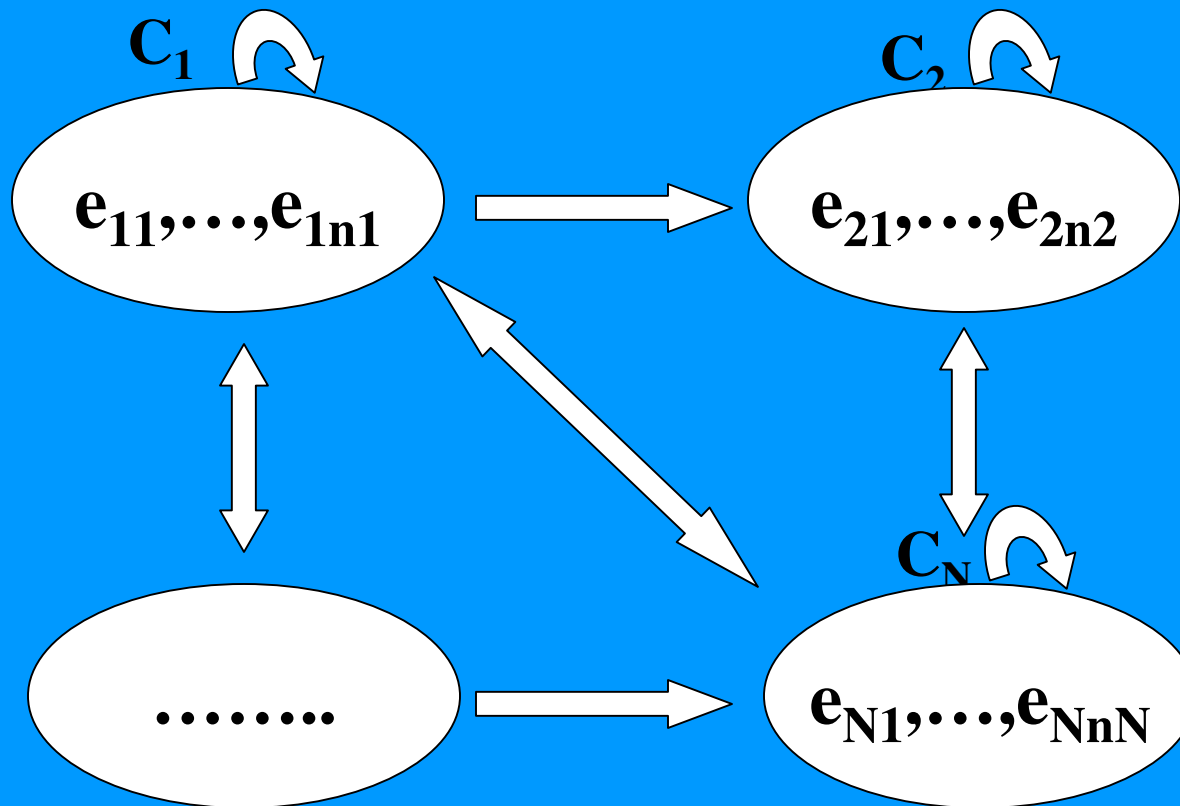
		C ₁				C ₂					C _N			
		e ₁₁	e ₁₂	...	e _{1n1}	e ₂₁	e ₂₂	...	e _{2n2}	...	e _{N1}	e _{N2}	...	e _{NnN}
	e ₁₁													
	e ₁₂													
C ₁	...		W ₁₁				W ₁₂			...		W _{1N}		
	e _{1n1}													
	e ₂₁													
	e ₂₂													
C ₂	...		W ₂₁				W ₂₂			...		W _{2N}		
	e _{2n2}													
...		
	e _{N1}													
	e _{N2}													
C _N	...		W _{N1}				W _{N2}			...		W _{NN}		
	e _{NnN}													



PROCESO ANALÍTICO SISTÉMICO (ANP)

➤ Aplicaciones:

- Partovi y Corredoira (2002): aplicación en fútbol
- Cheng y Li (2004): selección de contratista
- Yurdakul (2004): adquisición de maquinaria
- Niemira y Saaty (2004): predicción de crisis financieras
- Agarwal et al. (2005): selección cadena de suministros
- Chung et al. (2005): planificación de la producción
- Erdogmus et al. (2006): selección calefacción residencial
- García-Melón et al. (2007): valoración agraria





CASO 2: MULTICRITERIO DISCRETA

Seleccionar utilizando MAUT, AHP y los métodos de Superación la mejor de las tres alternativas siguientes, contemplando cinco criterios, diez subcriterios y las siguientes valoraciones:

	C1		C2		C3		C4		C5	
	Estratégico		Logístico		Tecnológico		Económico		Comercial	
	SC1.1 AUT	SC2.1. CON	SC2.1. TYA	SC2.2. GDI	SC3.1. ACC	SC3.2. CYT	SC4.1. ADQ	SC4.2. MAN	SC5.1. INT	SC5.2. GCO
A1	3	4	4	4	4	4	13000	1500	3	2
A2	1	3	5	4	3	5	26000	3000	3	3
A3	1	3	3	4	2	5	13000	2800	2	1
Escala	1-4	1-4	1-5	1-5	1-5	1-5	Numérica	Numérica	1-3	1-3

	C1	C2	C3	C4	C5
	Estratégico	Logístico	Tecnológico	Económico	Comercial
Ponderaciones	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10

	SC1.1	SC2.1.	SC2.1.	SC2.2.	SC3.1.	SC3.2.	SC4.1.	SC4.2.	SC5.1.	SC5.2.
	AUT	CON	TYA	GDI	ACC	CYT	ADQ	MAN	INT	GCO
Valoraciones	1	3	1	4	1	½	1	¼	1	2
	⅓	1	¼	1	2	1	4	1	½	1



GDMZ

4.4 PRÁCTICAS. MAUT-GMAA



Universidad de Zaragoza

GENERIC MULTI-ATTRIBUTE ANALYSIS (GMAA)

- Estructura el problema
- Identificar alternativas/estrategias
- Cuantificar preferencias
- Evaluar alternativas
- Análisis de sensibilidad

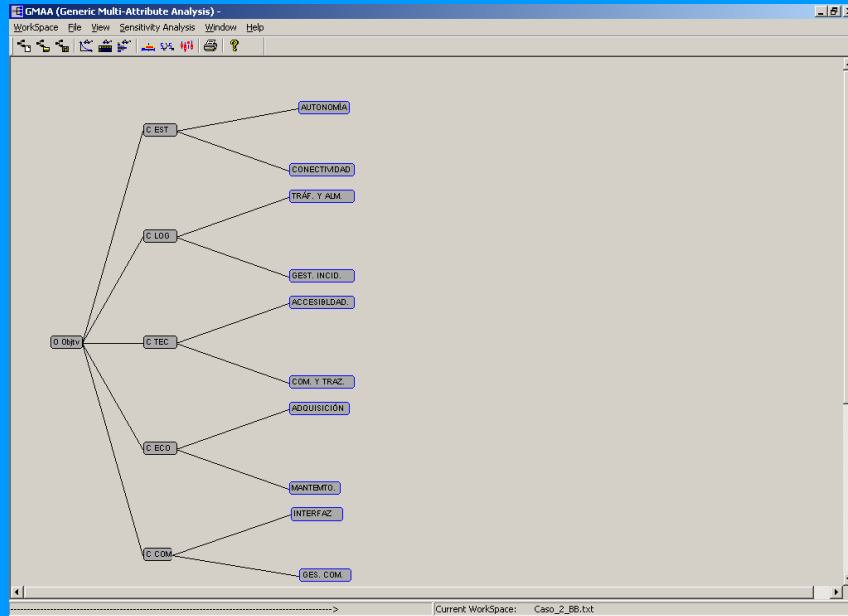


GDMZ

4.4 MAUT-GMAA

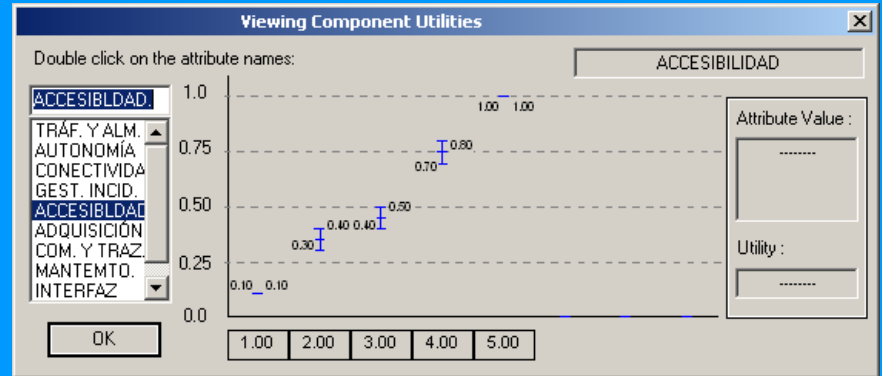
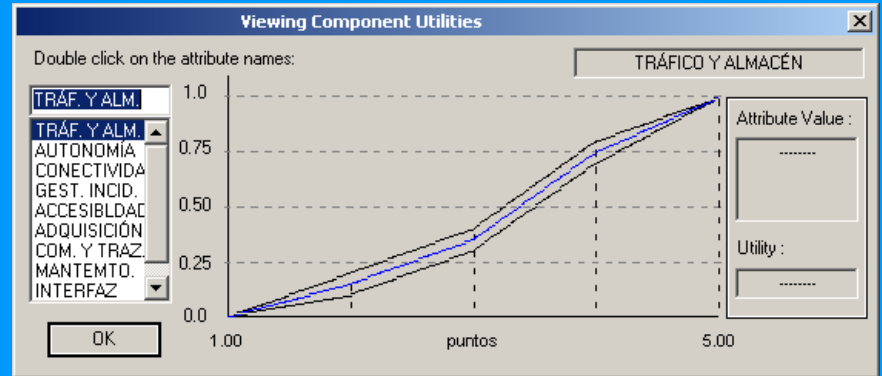
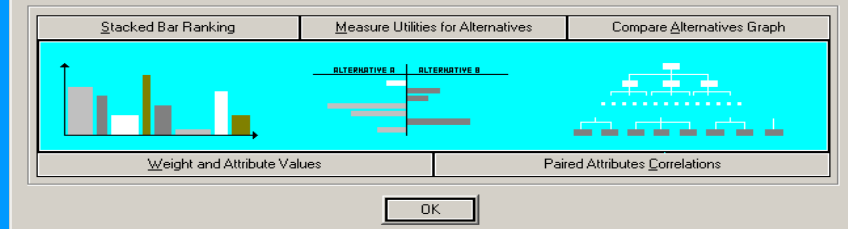


Universidad de Zaragoza



Alternative Classification

Alternatives :	Overall Utilities				Min:	Avg:	Max:	Rank:
	0.0	0.25	0.5	0.75				
QTRANS	[Bar chart showing utility range from ~0.6 to ~0.9]				0.6759	0.7890	0.9068	1
ALERTRAN - TAMESIS	[Bar chart showing utility range from ~0.5 to ~0.8]				0.5794	0.6636	0.7557	2
IRIS	[Bar chart showing utility range from ~0.4 to ~0.6]				0.4150	0.4885	0.5736	3



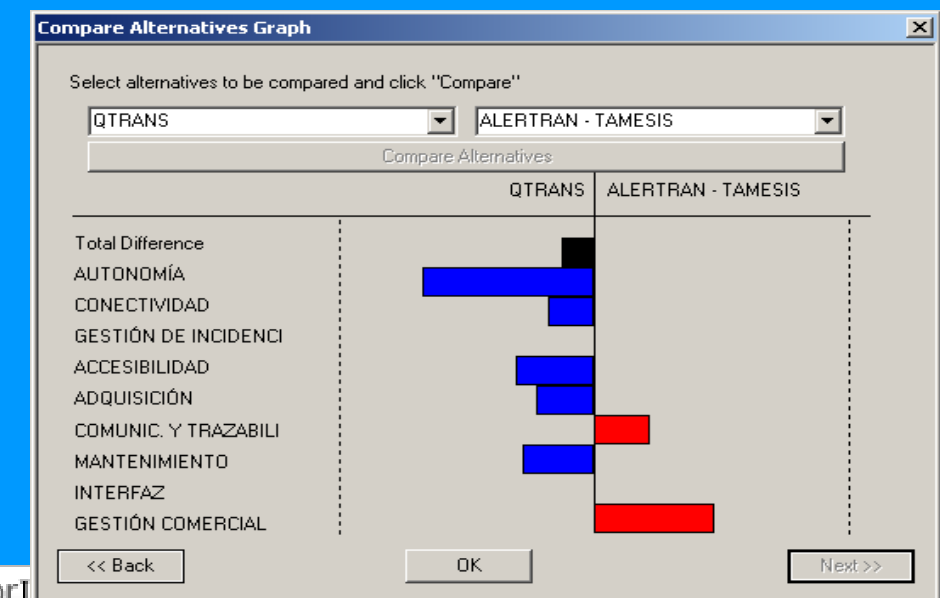
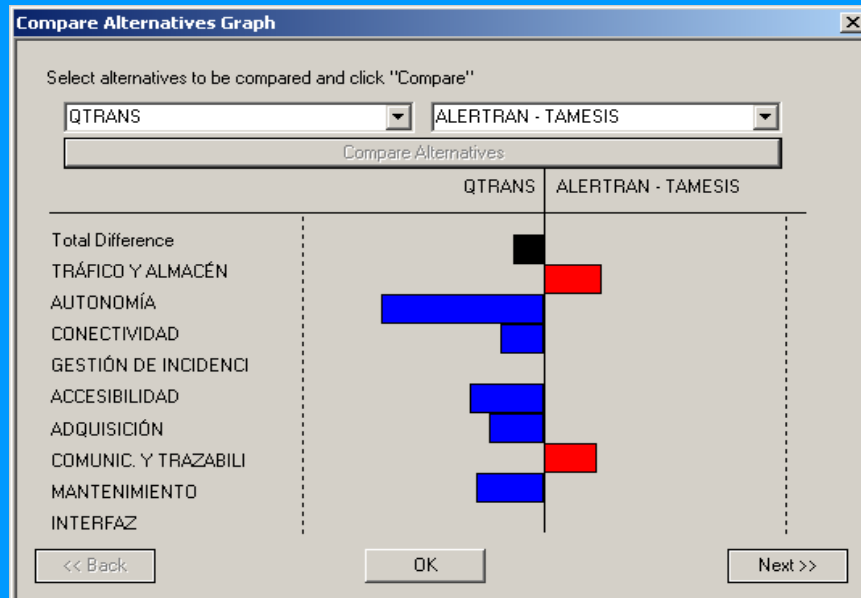
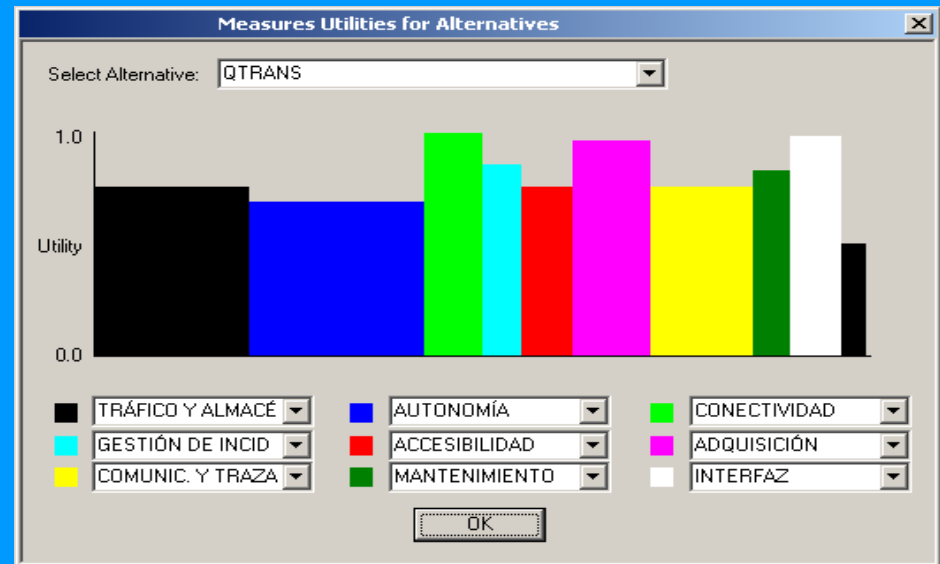
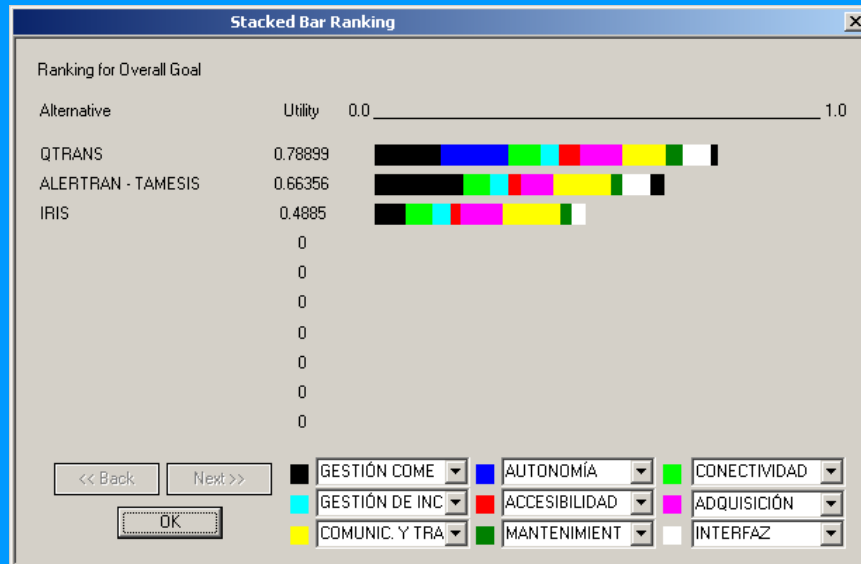
Alternative Consequences

	QTRANS	ALERTRAN - TAMESIS...	IRIS
TRÁF. Y ALM.	4.000	4.975	3.000
AUTONOMÍA	3.000	1.025	1.025
CONECTIVIDAD...	3.950	3.000	3.000
GEST. INCID.	4.000	4.000	4.000
ACCESIBILIDAD	4.000	3.000	2.000
ADQUISICIÓN	13000.000	26000.000	13000.000
COM. Y TRAZ.	4.000	5.000	5.000
MANTEMTO.	1500.000	3000.000	2800.000
INTERFAZ	0.975	0.975	0.500
GES. COM.	0.500	0.975	0.975

Minimum
 Average
 Maximum

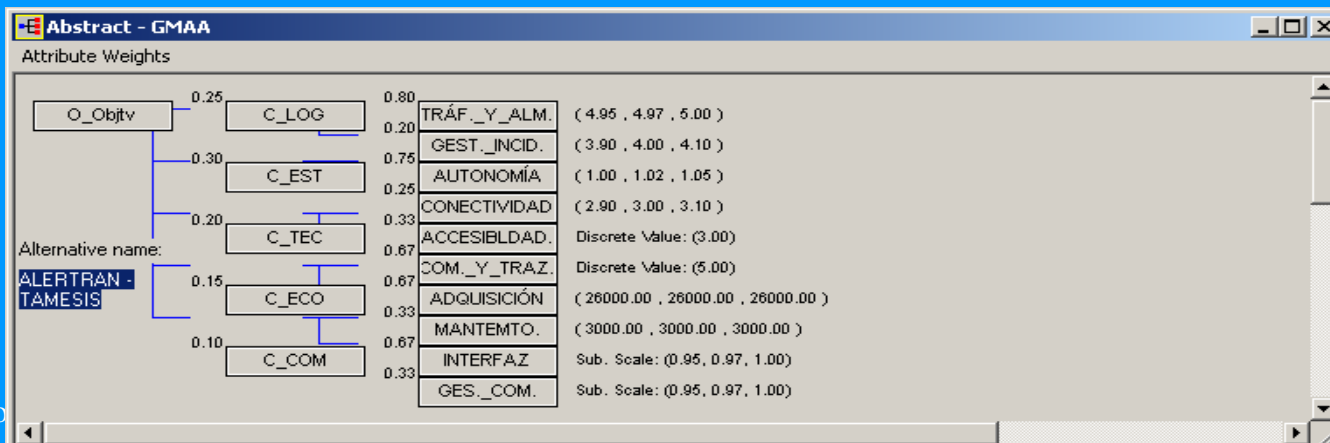
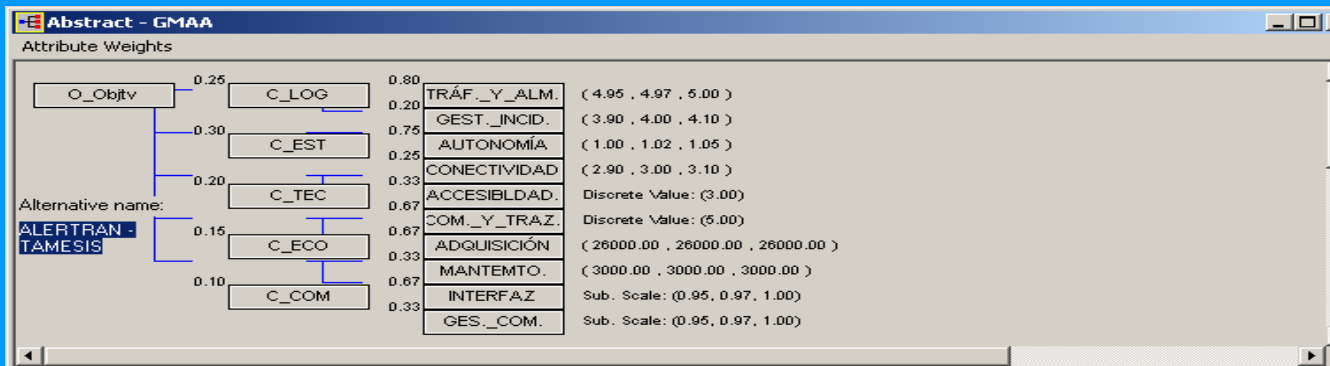
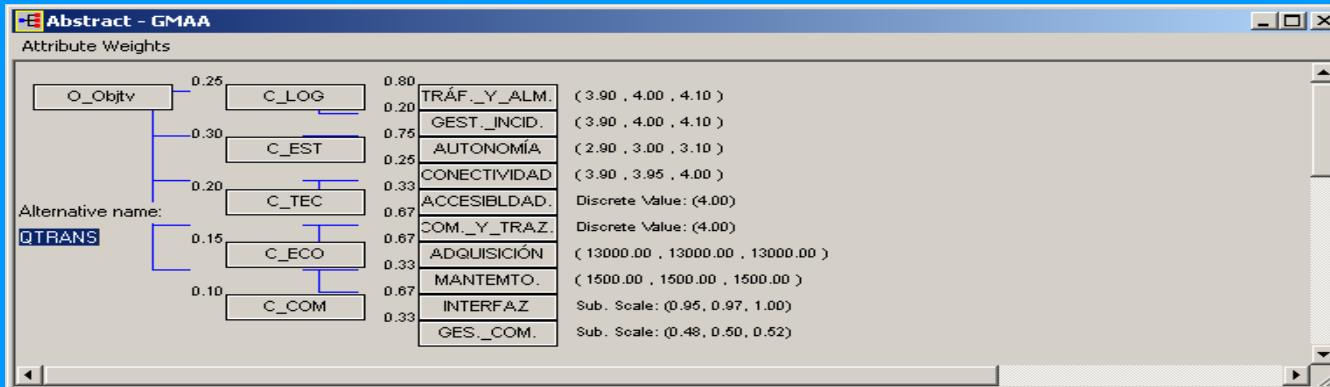


4.4 MAUT-GMAA





4.4 MAUT-GMAA



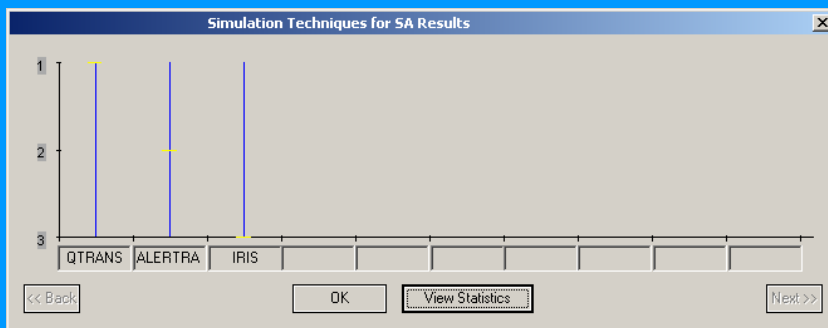
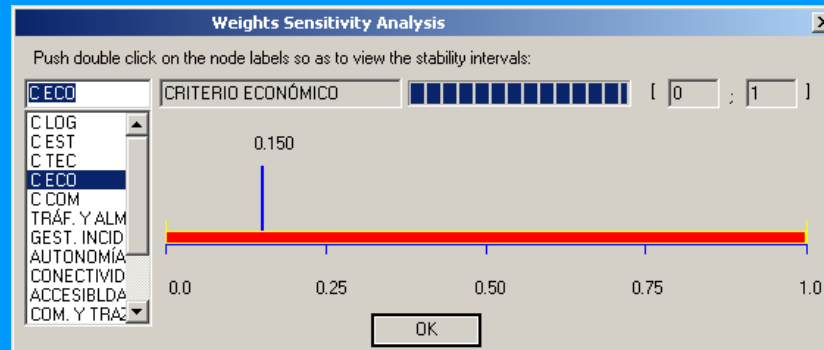
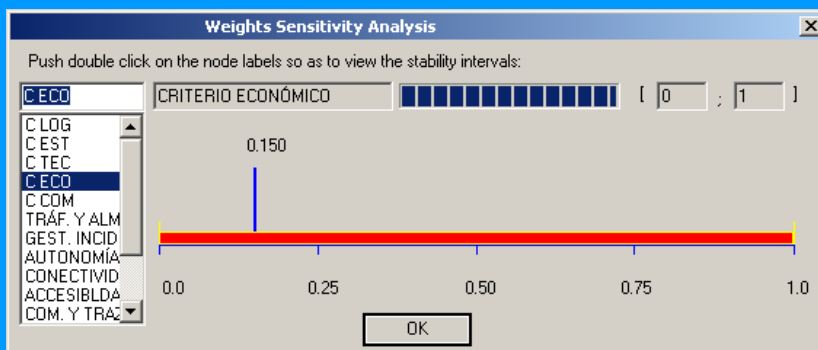
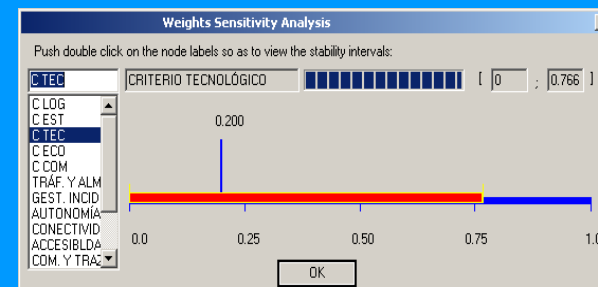
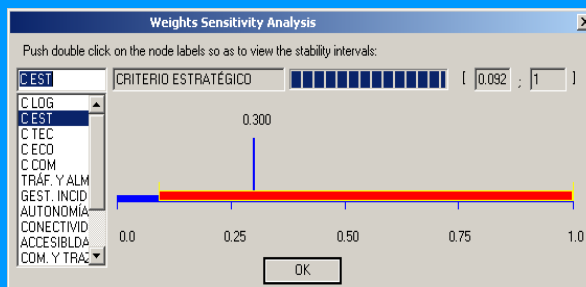
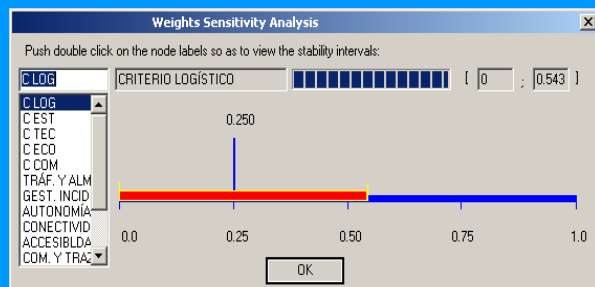


GDMZ

4.4 MAUT-GMAA



Universidad de Zaragoza



Statistics

	Mode	Min.	25th percentile	50th percentile	75th percentile	Max.	Mean	Std. Deviation
QTRANS	1	1	1,000	1,000	1,000	3	1.229	0.423
ALERTRAN - TA...	2	1	2,000	2,000	2,000	3	1.785	0.441
IRIS	3	1	3,000	3,000	3,000	3	2.986	0.118

OK